Linguaggi formali e compilazione

Corso di Laurea in Informatica

A.A. 2015/2016

Linguaggi formali e compilazione

Parsing shift-reduce

- Generalità sul parsing bottom-up
- Parsing $SLR(1)$

Elementi generali

- Un parser generico di tipo bottom-up procede operando una sequenza di riduzioni a partire dalla stringa di input $\alpha_0 = \alpha$ e cercando di risalire così all'assioma iniziale.
- Al generico passo di riduzione il parser individua, nella stringa corrente α_i, un'opportuna sottostringa β che corrisponde alla parte destra di una produzione $A \to \beta$ e sostituisce β con A, così *riducendo* α_i ad α_{i+1}:

$$\alpha_i = \gamma\beta\delta, \qquad \alpha_{i+1} = \gamma A\delta$$

- Il processo termina con successo se, per un opportuno valore di i, risulta $\alpha_i = \mathcal{S}$.
- Nell'ambito del processo di riduzione il parser può costruire (dal basso verso l'alto) un albero di derivazione e/o produrre direttamente codice.

Parsing “Shift-reduce”

- Un parser *shift-reduce* è un parser di tipo bottom-up che fa uso di uno stack nel quale vengono memorizzati simboli (terminali o non terminali) della grammatica.
- Il nome deriva dal fatto che le due operazioni fondamentali eseguite del parser sono dette, appunto, *shift* (spostamento) e *reduce* (riduzione).
  - L’operazione shift legge un simbolo dallo stream di input e lo inserisce sullo stack.
  - L’operazione reduce sostituisce sullo stack gli ultimi k simboli inseriti (poniamo $X_1, \ldots, X_k$, con X_k sulla cima) con il simbolo A, naturalmente se esiste la produzione $A \to X_1 \ldots X_k$.
- Le sole altre operazioni che il parser esegue sono: accettare l’input o segnalare una condizione di errore.

Riduzioni e shift

- Per un parser di questo tipo la difficoltà consiste proprio nel decidere quando operare la riduzione e quando invece è necessario procedere con uno shift.
- Infatti, non è sempre vero che, quando sullo stack c'è la parte destra di una produzione, bisogna operare la riduzione.
- Un esempio relativo alla "solita" grammatica

$$\begin{aligned} E &\rightarrow E + T \mid T \\ T &\rightarrow T \times F \mid F \\ F &\rightarrow \mathbf{n} \mid (E) \end{aligned}$$

chiarisce questo punto.

Esempio

- Consideriamo il problema del riconoscimento della stringa $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$.
- La seguente tabella illustra il contenuto dello stack e l'input ancora da leggere se venisse applicato l'approccio "greedy" (errato) appena delineato.

Indice i	Stack	Input	Azione	α_i
0	\$	$\mathbf{n} \times \mathbf{n}\$$	shift	$\mathbf{n} \times \mathbf{n}\$$
1	$\$\underline{\mathbf{n}}$	$\times \mathbf{n}\$$	reduce	$\mathbf{n} \times \mathbf{n}\$$
2	$\$\underline{F}$	$\times \mathbf{n}\$$	reduce	$F \times \mathbf{n}\$$
3	$\$\underline{T}$	$\times \mathbf{n}\$$	reduce	$T \times \mathbf{n}\$$
4	$\$E$	$\times \mathbf{n}\$$	shift	$E \times \mathbf{n}\$$
5	$\$E\times$	$\mathbf{n}\$$	shift	$E \times \mathbf{n}\$$
6	$\$E \times \underline{\mathbf{n}}$	\$	reduce	$E \times \mathbf{n}\$$
7	$\$E \times \underline{F}$	\$	reduce	$E \times F\$$
8	$\$E \times \underline{T}$	\$	reduce	$E \times T\$$
9	$\$E \times E$	\$	error	$E \times E\$$

Handle (maniglie)

- Un parser di tipo shift-reduce deve individuare, come sottostringhe da ridurre a non terminale, esattamente quelle sequenze (e quelle produzioni) usate nella derivazione canonica destra.
- Tali sequenze devono inoltre essere individuate "nell'ordine giusto", e cioè l'ordine rovesciato rispetto alla corrispondente derivazione canonica destra.
- Queste sequenze (ma meglio sarebbe dire "produzioni") vengono chiamate *handle* (maniglie), di modo che il problema centrale della realizzazione di un tale parser può essere espresso sinteticamente come il problema di individuare le handle.

Esempio corretto

- La corretta riduzione per la stringa $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$ è indicata di seguito

Indice i	Stack	Input	Azione	α_i
0	\$	$\mathbf{n} \times \mathbf{n}\$$	shift	$\mathbf{n} \times \mathbf{n}\$$
1	$\$\underline{\mathbf{n}}$	$\times \mathbf{n}\$$	reduce	$\mathbf{n} \times \mathbf{n}\$$
2	$\$\underline{F}$	$\times \mathbf{n}\$$	reduce	$F \times \mathbf{n}\$$
3	$\$T$	$\times \mathbf{n}\$$	shift	$T \times \mathbf{n}\$$
4	$\$T\times$	$\mathbf{n}\$$	shift	$T \times \mathbf{n}\$$
5	$\$T \times \underline{\mathbf{n}}$	\$	reduce	$T \times \mathbf{n}\$$
6	$\$\underline{T \times F}$	\$	reduce	$T \times F\$$
7	$\$\underline{T}$	\$	reduce	$T\$$
8	$\$E$	\$	accept	$E\$$

- Si noti che, leggendo l'ultima colonna dal basso verso l'alto, in corrispondenza delle operazioni "reduce" si rivela la derivazione canonica destra di $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$.

Osservazioni

- Ad ogni dato istante, l'attuale forma di frase (la stringa α_i) si trova "parte sullo stack e parte ancora sullo stream di input".
- Più precisamente, se lo stack contiene una stringa $\alpha\beta_1$ (dal basso verso l'alto) e lo stream di input contiene la stringa $\beta_2\gamma$, allora la forma di frase "corrente" nella derivazione destra è $\alpha\beta_1\beta_2\gamma$.
- Se la prossima handle è la produzione $A \to \beta_1\beta_2$ allora:
  - se $\beta_2 = \epsilon$ allora la prossima mossa è la riduzione;
  - se $\beta_2 \neq \epsilon$ allora la prossima mossa è uno shift;
- Se la prossima handle non è $A \to \beta_1\beta_2$ allora il parser esegue uno shift o dichiara errore (come vedremo).

Osservazioni (continua)

- L'osservazione più importante è che la prossima handle da utilizzare "prima o poi" si trova esattamente sulla cima dello stack.
- Questa proprietà vale perché consideriamo derivazioni canoniche destre; non varrebbe nel caso volessimo riprodurre una derivazione canonica sinistra.

Esempio

- Azioni eseguite (su input $\mathbf{n} + \mathbf{n}$) da un parser shift-reduce che "ricostruisce" una derivazione canonica sinistra, riconoscendo le handle.
- Come si può vedere, non è possibile garantire che le handle siano sempre sulla cima dello stack.

Indice i	Stack	Input	Azione	Stringa α_i
0	\$	$\mathbf{n} + \underline{\mathbf{n}}$\$	shift	$\mathbf{n} + \mathbf{n}$\$
1	\$**n**	$+\underline{\mathbf{n}}$\$	shift	$\mathbf{n} + \mathbf{n}$\$
2	\$**n**$+$	$\underline{\mathbf{n}}$\$	shift	$\mathbf{n} + \mathbf{n}$\$
3	\$**n** $+$ $\underline{\mathbf{n}}$	\$	reduce	$\mathbf{n} + \mathbf{n}$\$
4	\$**n** $+$ $\underline{F}$	\$	reduce	$\mathbf{n} + F$\$
5	\$$\underline{\mathbf{n}}$ $+$ T	\$	reduce	$\mathbf{n} + T$\$
6	\$$\underline{F}$ $+$ T	\$	reduce	$F + T$\$
7	\$$\underline{T}$ $+$ T	\$	reduce	$T + T$\$
8	\$$\underline{E + T}$	\$	reduce	$E + T$\$
9	\$$E$	\$	accept	E\$

Il cuore computazionale del problema

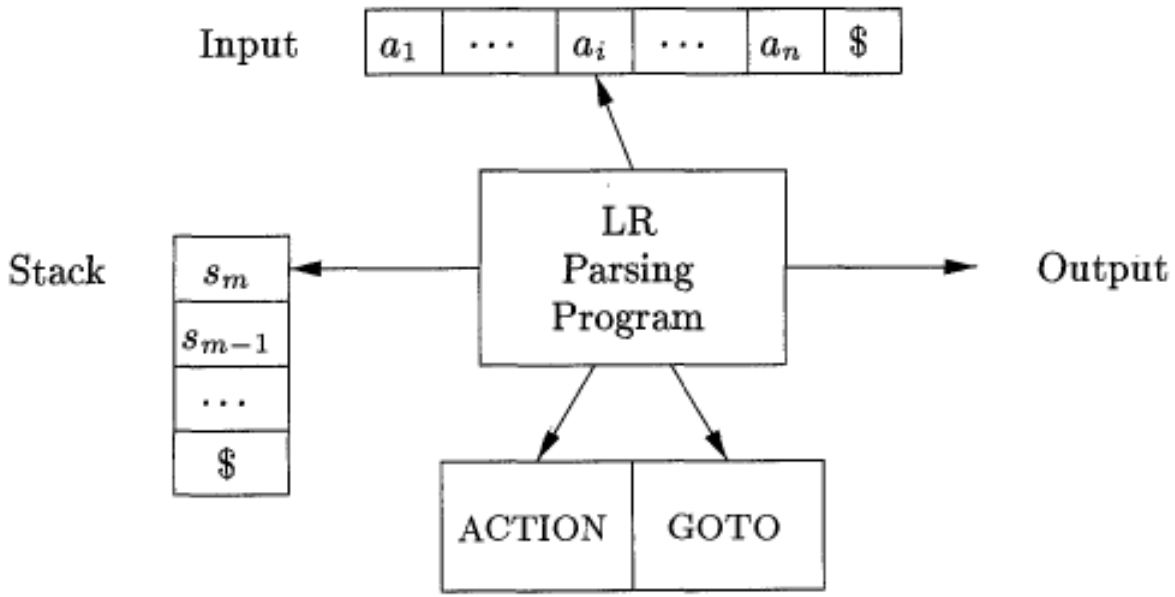
- La difficoltà di progettazione del parser sta tutta nella capacità di riconoscere quando è corretto operare uno shift e quando invece è corretto operare una riduzione.
- Il problema coincide con quello di determinare esattamente le handle. Infatti, se fossimo in grado di risolvere quest'ultimo sapremmo sempre quando operare uno shift e quando eseguire una riduzione.
- Dovremmo infatti "ridurre" quando e solo quando una maniglia appare sulla cima dello stack.
- Sfortunatamente ci sono grammatiche per le quali il paradigma shift-reduce non è applicabile, ad esempio grammatiche ambigue.

Parser LR

- Si tratta di una classe di parser di tipo shift-reduce (con analisi dell'input da sinistra a destra, "Left to Right"), caratterizzati da una struttura di programma comune ma con capacità di analisi diverse.
- La diversa capacità di effettuare il parsing dipende dall'informazione contenuta in apposite tabelle di parsing che guidano il comportamento del programma.
- In questi appunti analizzeremo un solo tipo di parser *LR*, il più semplice, che prende (non a caso) il nome di (parser) *SLR*(1).
- Per prima cosa vedremo però la "program structure" comune.

Struttura di un parser *LR*

- Un parser *LR* è caratterizzato da un programma di controllo (essenzialmente un automa a stati finiti) che ha accesso ad uno stack e ad una tabella di parsing, oltre che a opportuni supporti di input e output.



Struttura di un parser *LR* (continua)

- Le tabelle prescrivono il comportamento del programma di controllo in funzione del contenuto dello stack e dei primi k caratteri presenti in input (per noi $k = 1$).
- Lo stack, a differenza dei parser shift-reduce visti precedentemente, contiene stati anziché simboli.
- Tuttavia, come vedremo, ad ogni stato è associato univocamente un simbolo della grammatica (l'inverso non è necessariamente vero).
- Come nel caso generico di parser shift-reduce, possiamo quindi ricostruire la forma di frase corrente (di una derivazione canonica destra) utilizzando i simboli memorizzati sullo stack concatenati con i simboli ancora sullo stream di input.

Tabelle di parsing

- Le tabelle di parsing di un parser *LR* hanno un numero di righe pari al numero di stati dell'automa che costituisce il controllo.
- Le colonne sono indicizzate dai simboli terminali e non terminali. Le colonne relative ai terminali formano quella che viene detta "parte *ACTION*" della tabella, mentre le altre formano la "parte *GOTO*".
- Nella parte action sono previste 4 tipi di azioni:
  - avanzamento di un carattere sullo stream di input e inserimento di uno stato in cima allo stack;
  - esecuzione di una riduzione;
  - accettazione dell'input;
  - rilevamento di un errore.
- La parte GOTO prescrive stati da inserire nello stack.

Funzionamento del parser

- Il funzionamento del parser è definito come segue.
- Inizialmente, lo stack contiene un solo stato (lo stato iniziale, naturalmente).
- Al generico passo, sia q lo stato in cima allo stack e x il prossimo carattere in input.
- Se $ACTION[q, x] =$ shift r, il parser avanza il puntatore di input e inserisce lo stato r sullo stack.
- Se $ACTION[q, x] =$ reduce i, il parser utilizza la i-esima produzione (secondo una numerazione arbitraria ma prefissata). Più precisamente, se $A \to \alpha$ è tale produzione, il parser rimuove $k_i = |\alpha|$ stati dallo stack e vi inserisce lo stato $GOTO[q', A]$ dove q' è lo stato sulla cima dello stack dopo le k_i rimozioni.
- Il parser si arresta in seguito ad accettazione o errore.

Esempio

- Consideriamo la grammatica che genera sequenze di parentesi bilanciate:

  $S \rightarrow (S)S$ Produzione 1

  $S \rightarrow \epsilon$ Produzione 2

  e consideriamo la seguente tabella di parsing (di cui vedremo più avanti la costruzione):

Stato	*ACTION*			*GOTO*
	(	)	$	*S*
0	shift 2	reduce 2	reduce 2	1
1			accept	
2	shift 2	reduce 2	reduce 2	3
3		shift 4		
4	shift 2	reduce 2	reduce 2	5
5		reduce 1	reduce 1	

- Consideriamo il comportamento del parser su input ()().

Esempio (continua)

Stack	Input	Azione
\$0	()()\$	shift 2
\$02	)()\$	reduce $S \to \epsilon$
\$023	)()\$	shift 4
\$0234	()\$	shift 2
\$02342	)\$	reduce $S \to \epsilon$
\$023423	)\$	shift 4
\$0234234	\$	reduce $S \to \epsilon$
\$02342345	\$	reduce $S \to (S)S$
\$02345	\$	reduce $S \to (S)S$
\$01	\$	accept

- Si ricordi che la riduzione con $S \to (S)S$ prima rimuove 4 stati dallo stack, quindi inserisce lo stato $GOTO[q', S]$, dove q' è lo stato che rimane in cima allo stack dopo le rimozioni.
- Analogamente, la riduzione con $S \to \epsilon$ rimuove 0 stati.

Parsing SLR(1)

- Come detto, l'unico tipo di parser *LR* che analizziamo è detto *Simple LR parser* (o semplicemente *SLR*).
- È caratterizzato da tabelle di parsing di relativamente semplice costruzione (da cui il nome) ma che danno minori garanzie sulla possibilità di analisi di grammatiche libere.
- In altri termini, ci sono diverse grammatiche libere di interesse che non possono essere analizzate con parser *SLR* (e, segnatamente, *SLR*(1)).
- Si tratta comunque di un primo caso di interesse per capire la "logica" di un parser *LR*.

Automa $LR(0)$

- Il passo fondamentale consiste nella definizione di un automa (che di fatto sarà poi "trasferito" nella tabella di parsing), detto *automa LR(0)*.
- Data la grammatica G, la si "aumenta" con una produzione aggiuntiva, $\mathcal{S}' \to \mathcal{S}$ (il cui significato sarà chiaro più avanti).
- A partire dalle produzioni della grammatica aumentata, si definiscono poi speciali "oggetti", che chiameremo *item*.
- Un item è una produzione con inserito un marcatore nella parte destra, tipicamente un punto.
- Ad esempio, gli item associati alla produzione $S \to (S)S$ sono: $S \to \cdot(S)S$, $S \to (\cdot S)S$, $S \to (S\cdot)S$, $S \to (S) \cdot S$ e $S \to (S)S\cdot$.
- Ad una produzione tipo $S \to \epsilon$ è associato il solo item $S \to \cdot$.

Automa $LR(0)$ (continua)

- Qual è il significato di un item associato ad una data produzione?
- Intuitivamente, esso indica il "punto" al quale siamo arrivati nel processo di riconoscimento della parte destra della produzione stessa.
- Ad esempio, l'item $S \to (S) \cdot S$ indica che abbiamo riconosciuto una stringa descritta da (S) e che ci "attendiamo" di riconoscere una stringa descrivibile da S.
- Un item con il puntino in fondo indica quindi che il processo di riconoscimento della parte destra è completato e dunque che si può operare la riduzione (vedremo sotto quale altra condizione).

Automa $LR(0)$ (continua)

- Gli item vengono poi raggruppati in collezioni, ognuna delle quali definisce uno “stato” nel processo di riconoscimento.
- Ad esempio, una collezione per il parser della grammatica per le parentesi appena vista sarà costituito dagli item:

$$\begin{aligned} S &\to (S) \cdot S \\ S &\to \cdot (S) S \\ S &\to \cdot \end{aligned}$$

- Essa descrive la situazione in cui abbiamo riconosciuto (S) e ci attendiamo di riconoscere S (primo item), cioè ci attendiamo di riconoscere ancora un’istanza completa di $(S)S$ (secondo item) o, in alternativa, la stringa vuota (terzo item).
- Le collezioni di item costituiranno proprio gli stati dell’automa al cuore del parser.

Automa $LR(0)$ (continua)

- Si noti che l'intersezione di due collezioni può non essere vuota.
- Ad esempio, l'item $S \to (\cdot S)S$ forma gruppo ancora con $S \to \cdot(S)S$ e $S \to \cdot$ (per la stessa ragione di prima).
- Sono le collezioni nel loro insieme che devono essere distinte.
- Naturalmente, in casi particolari un item può formare uno stato/collezione da solo.
- Questo è il caso, ad esempio, dell'item $S \to (S\cdot)S$.

Esempio

- Per la grammatica “aumentata”

$$\begin{aligned} S' &\to S \\ S &\to (S)S \mid \epsilon \end{aligned}$$

sono definiti i seguenti insiemi di item:

$$\begin{aligned} I_0: &\quad S' \to \cdot S \\ &\quad S \to \cdot (S)S \\ &\quad S \to \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1: &\quad S' \to S\cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2: &\quad S \to (\cdot S)S \\ &\quad S \to \cdot (S)S \\ &\quad S \to \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3: &\quad S \to (S\cdot)S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_4: &\quad S \to (S) \cdot S \\ &\quad S \to \cdot (S)S \\ &\quad S \to \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_5: &\quad S \to (S)S\cdot \end{aligned}$$

Come costruire gli insiemi $LR(0)$

- Diamo ora una descrizione dettagliata del procedimento di costruzione degli insiemi di item.
- L'insieme iniziale (che indicheremo sempre con I_0) contiene l'item $\mathcal{S}' \to \cdot\mathcal{S}$ e tutti gli item ottenuti dalle produzioni di $\mathcal{S}$ inserendo il punto all'inizio.
- Nell'esempio appena considerato, si aggiungono a $S' \to \cdot S$ due soli item (perché ci sono due produzioni relative ad S).
- Si procede poi ricorsivamente, lavorando ad ogni passo su un insieme I_j già formato.
- Si considerano tutti i simboli della grammatica immediatamente alla destra del punto in item di I_j.
- Per ogni simbolo così individuato, si forma un gruppo I_k che contiene, inizialmente, gli item ottenuti spostando il punto alla destra del simbolo considerato.

Come costruire gli insiemi $LR(0)$ (continua)

- Ad esempio, fra gli item di I_0 (per la grammatica appena considerata) ci sono due soli simboli alla destra del punto, S e $($:

$$\begin{aligned} I_0: \quad & S' \to \cdot S \\ & S \to \cdot (S) S \\ & S \to \cdot \end{aligned}$$

- Per ognuno di essi si creano due nuovi insiemi, I_1 e I_2, che contengono inizialmente un solo item ciascuno:

$$I_1: \quad S' \to S\cdot$$

$$I_2: \quad S \to (\cdot S) S$$

Come costruire gli insiemi $LR(0)$ (continua)

- Se il nuovo insieme I_k appena inizializzato contiene item in cui il punto precede un simbolo non terminale A, si aggiungono ad I_k tutti gli item ottenuti dalle produzioni di A inserendo il punto all'inizio.
- Quest'ultima operazione è detta *chiusura* dell'insieme I_k.
- Continuando l'esempio precedente, poiché l'insieme I_2 contiene l'item $S \to (\cdot S)S$, ad esso si aggiungono gli item $S \to \cdot(S)S$ e $S \to \cdot$:

$$\begin{aligned} I_2: \quad & S \to (\cdot S)S \\ & S \to \cdot(S)S \\ & S \to \cdot \end{aligned}$$

- Il procedimento termina quando non ci sono più insiemi di item da considerare.

Funzioni *CLOSURE* e *GOTO*

- Il prodedimento appena descritto (in maniera alquanto discorsiva) può essere sinteticamente ricapitolato facendo uso delle due funzioni *CLOSURE* e *GOTO*, che lavorano su insiemi di item.
- Dato un insieme di item I, *CLOSURE*(I) si ottiene aggiungendo (ricorsivamente) ad I item del tipo $B \rightarrow \cdot\gamma$ sotto le seguenti condizioni:
  - in I esista inizialmente un item del tipo $A \rightarrow \alpha \cdot B\beta$, oppure,
  - ad I sia già stato aggiunto un item del tipo $A \rightarrow \cdot B\beta$.
- Il procedimento termina quando non si possono più aggiungere item sulla base delle precedenti regole.

Funzione *CLOSURE*(*I*)

SetOfItems CLOSURE(I) {
    $J = I$;
    repeat
        for (each item $A \to \alpha \cdot B \beta$ in J)
            for (each production $B \to \gamma$ of G)
                if ($B \to \cdot\gamma$ is not in J)
                    add $B \to \cdot\gamma$ to J;
    until no more items are added to J on one round;
    return J;
}

Funzioni *CLOSURE* e *GOTO* (continua)

- Se I è un insieme di item e X un simbolo della grammatica $GOTO(I, X)$ è un insieme di item, che chiameremo J, calcolato nel seguente modo:
  - iniazialmente di pone $J = \{\}$;
  - per ogni item $A \to \alpha \cdot X\beta$ in I, si aggiunse a J l'item $A \to \alpha X \cdot \beta$;
  - infine si pone $J \leftarrow CLOSURE(J)$.

Insiemi di item $LR(0)$

- Utilizzando le funzione *CLOSURE* e *GOTO* possiamo definire con precisione il calcolo degli insiemi di item per una grammatica aumentata.

1: $C \leftarrow \{CLOSURE(\{\mathcal{S}' \rightarrow \cdot\mathcal{S}\})\}$
2: **repeat**
3: **for** each $I \in C$ **do**
4: **for** each $X \in \mathcal{T} \cup \mathcal{N}$ **do**
5: **if** $GOTO(I, X) \neq \{\}$ &$GOTO(I, X) \notin C$ **then**
6: $C \leftarrow C \cup \{GOTO(I, X)\}$
7: **until** No new state is added to C

Esempio

- Consideriamo la seguente grammatica (aumentata) che genera il linguaggio $\{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^n | n \geq 1\}$:

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow \mathtt{a}S\mathtt{b} \mid \mathtt{ab} \end{aligned}$$

- L'insieme iniziale di item è $I_0 = CLOSURE\{S' \rightarrow \cdot S\} = \{S' \rightarrow \cdot S, S \rightarrow \cdot \mathtt{a}S\mathtt{b}, S \rightarrow \cdot \mathtt{ab}\}$.
- I simboli immediatamente a destra del punto in I_0 sono S e $\mathtt{a}$, per cui calcoliamo i due insiemi:
  - $I_1 = GOTO(I_0, S) = \{S' \rightarrow S\cdot\}$;
  - $I_2 = GOTO(I_0, \mathtt{a}) = \{S \rightarrow \mathtt{a} \cdot S\mathtt{b}, S \rightarrow \mathtt{a} \cdot \mathtt{b}, S \rightarrow \cdot \mathtt{a}S\mathtt{b}, S \rightarrow \cdot \mathtt{ab}\}$

Esempio (continua)

- L'insieme I_1 non dà origine ad altri insiemi di item (perché non ci sono simboli a destra del punto).
- Nel'insieme I_2 ci sono tre simboli distinti a destra del punto, per cui formiamo tre insiemi:
  - $I_3 = GOTO(I_2, S) = \{S \to \mathtt{a}S \cdot \mathtt{b}\}$;
  - $I_4 = GOTO(I_2, \mathtt{b}) = \{S \to \mathtt{ab}\cdot\}$;
  - $I_5 = GOTO(I_2, \mathtt{a}) = \{S \to \mathtt{a} \cdot S\mathtt{b}, S \to \mathtt{a} \cdot \mathtt{b}, S \to \cdot\mathtt{a}S\mathtt{b}, S \to \cdot\mathtt{ab}\}$.
- Tuttavia, I_5 viene "scartato", in quanto coincide con I_2.
- Infine lavorando su I_3 si ottiene ("riusando" il simbolo I_5):
  - $I_5 = GOTO(I_3, \mathtt{b}) = \{S \to \mathtt{a}S\mathtt{b}\cdot\}$.

Esempio (continua)

- Ricapitolando, gli insiemi $LR(0)$ di item associati alla grammatica sono:

$$
\begin{array}{lll}
I_0: & S' \to \cdot S & I_3: \quad S \to \mathtt{a}S \cdot \mathtt{b} \\
 & S \to \cdot \mathtt{a}S\mathtt{b} & \\
 & S \to \cdot \mathtt{ab} & I_4: \quad S \to \mathtt{ab}\cdot \\
 & & \\
I_1: & S' \to S\cdot & I_5: \quad S \to \mathtt{a}S\mathtt{b}\cdot \\
 & & \\
I_2: & S \to \mathtt{a} \cdot S\mathtt{b} & \\
 & S \to \mathtt{a} \cdot \mathtt{b} & \\
 & S \to \cdot \mathtt{a}S\mathtt{b} & \\
 & S \to \cdot \mathtt{ab} &
\end{array}
$$

Esempio

- Da ultimo, consideriamo la costruzione degli insiemi di item $LR(0)$ per la grammatica aumentata

$$\begin{aligned} E' &\rightarrow E \\ E &\rightarrow E + T \mid T \\ T &\rightarrow T \times F \mid F \\ F &\rightarrow (E) \mid \mathbf{n} \end{aligned}$$

  che, ricordiamo, non è adatta al parsing top-down.
- Nella slide seguente presentiamo direttamente la collezione degli insiemi di item ottenuta applicando l'algoritmo di costruzione degli insiemi di item.

Esempio (continua)

I_0 :
$E' \to \cdot E$
$E \to \cdot E + T$
$E \to \cdot T$
$T \to \cdot T \times F$
$T \to \cdot F$
$F \to \cdot (E)$
$F \to \cdot \mathbf{n}$

I_1 :
$E' \to E \cdot$
$E \to E \cdot + T$

I_2 :
$E \to T \cdot$
$T \to T \cdot \times F$

I_3 :
$T \to F \cdot$

I_4 :
$F \to (\cdot E)$
$E \to \cdot E + T$
$E \to \cdot T$
$T \to \cdot T \times F$
$T \to \cdot F$
$F \to \cdot (E)$
$F \to \cdot \mathbf{n}$

I_5 :
$F \to \mathbf{n} \cdot$

I_6 :
$E \to E + \cdot T$
$T \to \cdot T \times F$
$T \to \cdot F$
$F \to \cdot (E)$
$F \to \cdot \mathbf{n}$

I_7 :
$T \to T \times \cdot F$
$F \to \cdot (E)$
$F \to \cdot \mathbf{n}$

I_8 :
$E \to E \cdot + T$
$F \to (E \cdot)$

I_9 :
$E \to E + T \cdot$
$T \to T \cdot \times F$

I_{10} :
$T \to T \times F \cdot$

I_{11} :
$F \to (E) \cdot$

Automa $LR(0)$

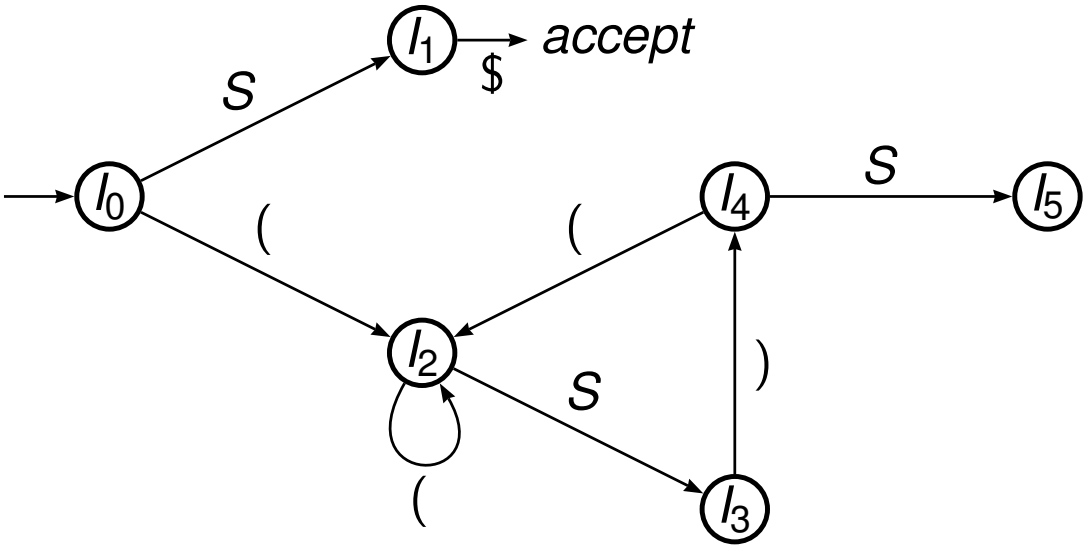
- Come già anticipato, le collezioni di item $LR(0)$ determinate con la procedura appena descritta costituiscono gli stati dell'automa $LR(0)$ (che, a sua volta, è alla base del parsing $SLR(1)$ che stiamo costruendo).
- Per completare la descrizione dell'automa è necessario definire la funzione δ di transizione.
- In realtà abbiamo già descritto tale funzione, che coincide "essenzialmente" con la funzione $GOTO$.
- Si noti che, tuttavia, che $GOTO(I, X)$ "costruisce" nuovi stati e dunque $J = GOTO(I, X)$ non viene aggiunto se risulta già definito,
- In tale caso vale comunqe $\delta(I, X) = J$.

Esempio

- L'automa $LR(0)$ per la grammatica

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow (S)S \mid \epsilon \end{aligned}$$

è:



Insiemi di item e automa

I_0 : $S' \to \cdot S$
$S \to \cdot(S)S$
$S \to \cdot$

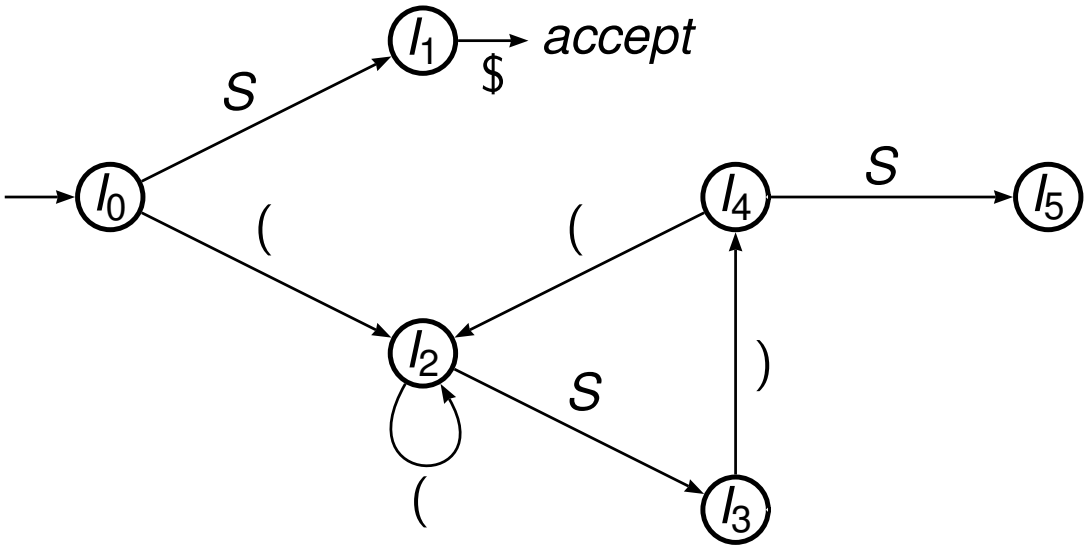
I_1 : $S' \to S\cdot$

I_2 : $S \to (\cdot S)S$
$S \to \cdot(S)S$
$S \to \cdot$

I_3 : $S \to (S\cdot)S$

I_4 : $S \to (S) \cdot S$
$S \to \cdot(S)S$
$S \to \cdot$

I_5 : $S \to (S)S\cdot$

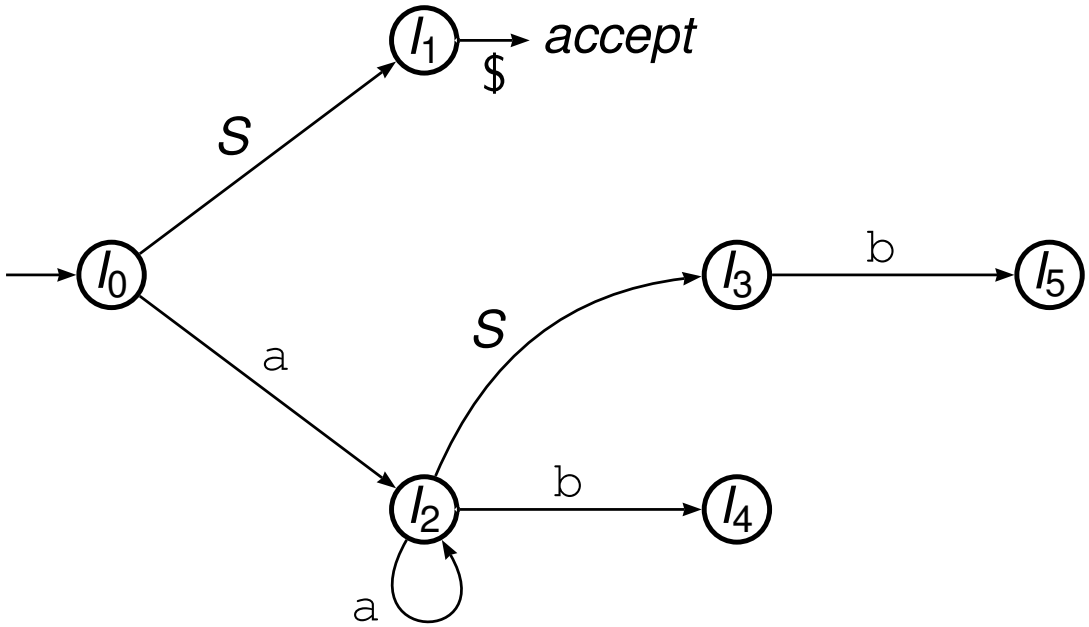


Esempio

- L'automa $LR(0)$ per la grammatica

$$S' \rightarrow S$$
$$S \rightarrow \mathtt{a}S\mathtt{b} \mid \mathtt{ab}$$

è:



Esempio

- Ricordiamo anche gli insiemi di item:

I_0 : $S' \to \cdot S$
$S \to \cdot \mathtt{a} S \mathtt{b}$
$S \to \cdot \mathtt{ab}$

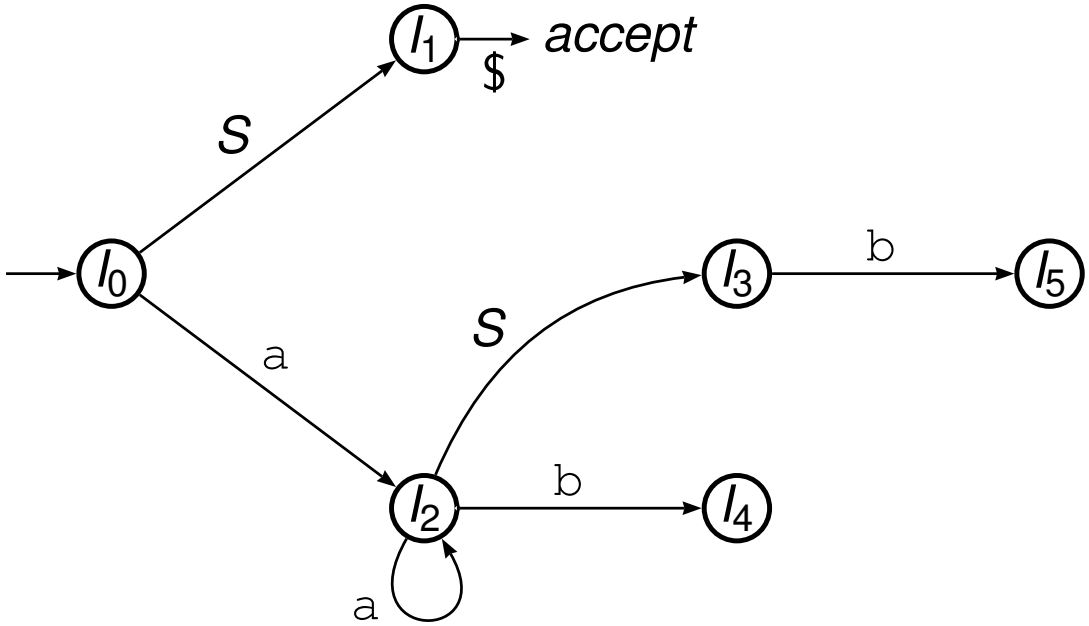
I_1 : $S' \to S \cdot$

I_2 : $S \to \mathtt{a} \cdot S \mathtt{b}$
$S \to \mathtt{a} \cdot \mathtt{b}$
$S \to \cdot \mathtt{a} S \mathtt{b}$
$S \to \cdot \mathtt{ab}$

I_3 : $S \to \mathtt{a} S \cdot \mathtt{b}$

I_4 : $S \to \mathtt{ab} \cdot$

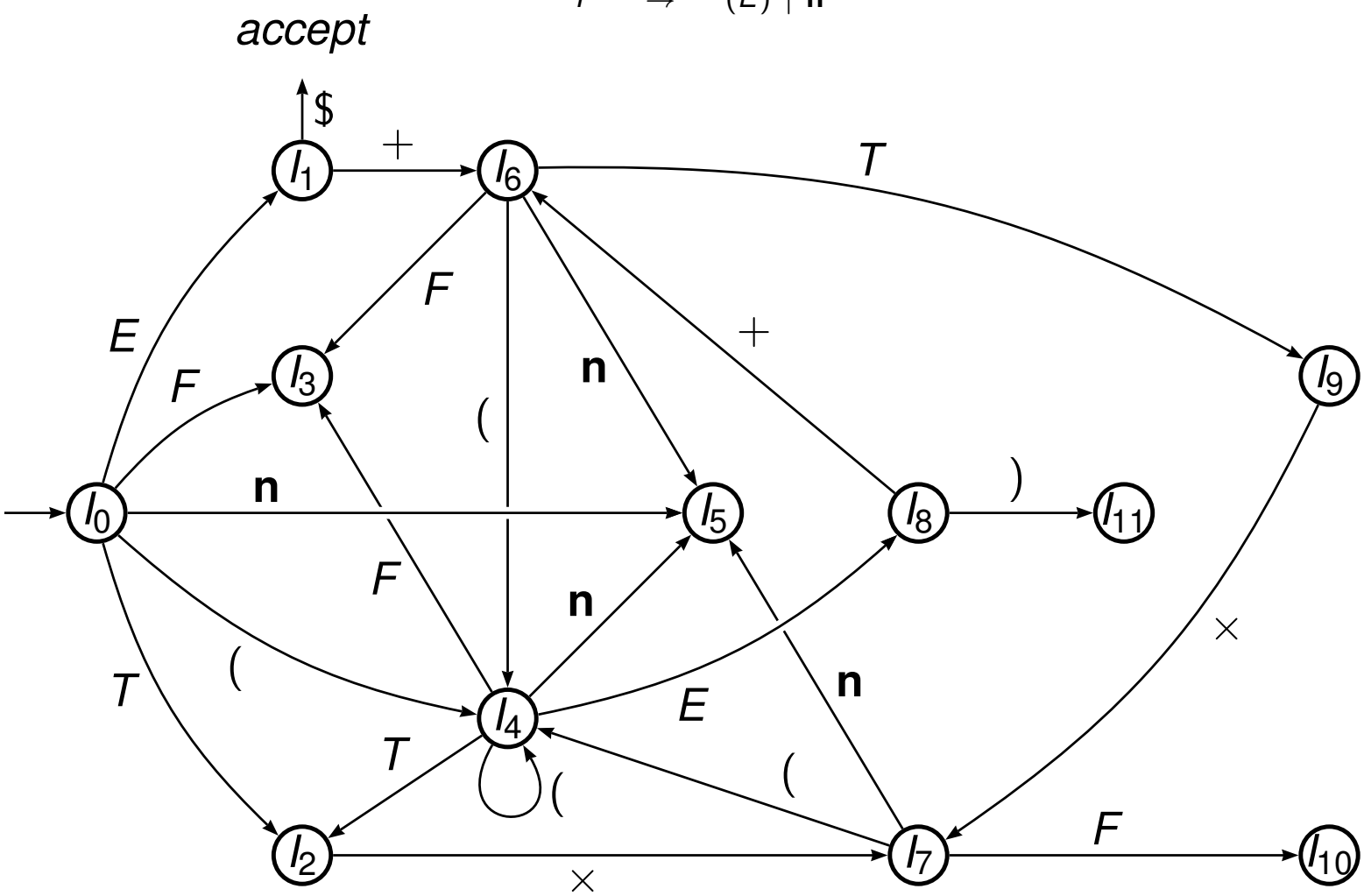
I_5 : $S \to \mathtt{a} S \mathtt{b} \cdot$



Esempio

- L'ultimo esempio è per la grammatica

$$
\begin{array}{lcl}
E' & \rightarrow & E \\
E & \rightarrow & E + T \mid T \\
T & \rightarrow & T \times F \mid F \\
F & \rightarrow & (E) \mid \mathbf{n}
\end{array}
$$



Gli insiemi di item

I_0 :
$E' \to \cdot E$
$E \to \cdot E + T$
$E \to \cdot T$
$T \to \cdot T \times F$
$T \to \cdot F$
$F \to \cdot (E)$
$F \to \cdot \mathbf{n}$

I_1 :
$E' \to E \cdot$
$E \to E \cdot + T$

I_2 :
$E \to T \cdot$
$T \to T \cdot \times F$

I_3 :
$T \to F \cdot$

I_4 :
$F \to (\cdot E)$
$E \to \cdot E + T$
$E \to \cdot T$
$T \to \cdot T \times F$
$T \to \cdot F$
$F \to \cdot (E)$
$F \to \cdot \mathbf{n}$

I_5 :
$F \to \mathbf{n} \cdot$

I_6 :
$E \to E + \cdot T$
$T \to \cdot T \times F$
$T \to \cdot F$
$F \to \cdot (E)$
$F \to \cdot \mathbf{n}$

I_7 :
$T \to T \times \cdot F$
$F \to \cdot (E)$
$F \to \cdot \mathbf{n}$

I_8 :
$E \to E \cdot + T$
$F \to (E \cdot)$

I_9 :
$E \to E + T \cdot$
$T \to T \cdot \times F$

I_{10} :
$T \to T \times F \cdot$

I_{11} :
$F \to (E) \cdot$

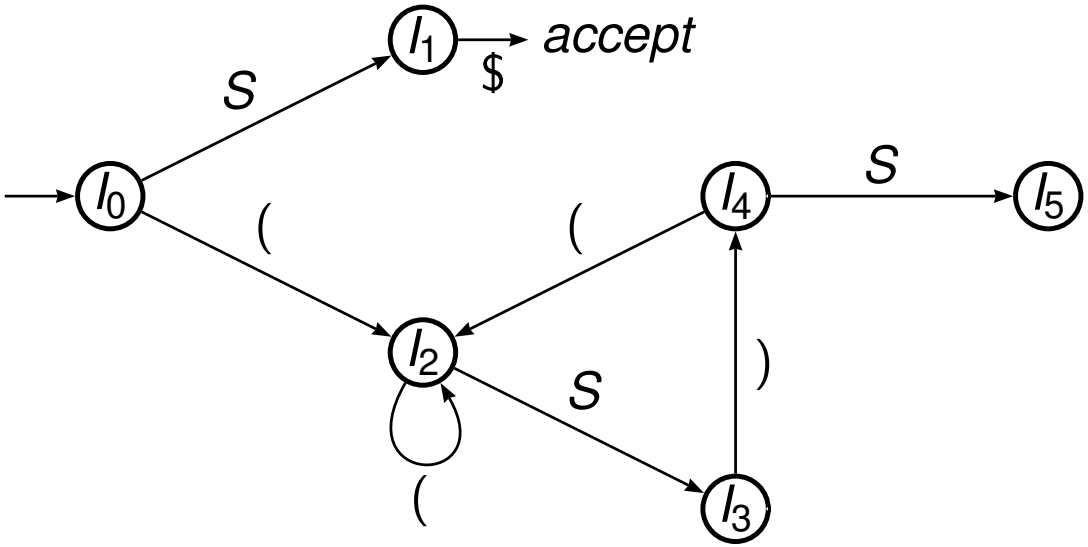
Tabelle di parsing *SLR*(1)

- Completiamo ora la descrizione del parser con l'algoritmo di definizione della tabella di parsing.
- Le tabelle incorporano le informazioni contenute nell'automa, che da solo non è sufficiente per eseguire l'analisi (si ricordi che un automa a stati finiti non è in grado di riconoscere linguaggi liberi (che non siano anche regolari).
- L'algoritmo esamina gli stati dell'automa e le transizioni uscenti da ciascuno stato.
- Esso necessita anche di conoscere, per ogni simbolo non terminale A, l'insieme di simboli $FOLLOW(A)$.

Tabelle di parsing *SLR*(1) (continua)

- Per ogni stato I_j, consideriamo le transizioni uscenti.
- Se esiste una transizione da I_j a I_k etichettata $X \in \mathcal{T}$ poniamo $ACTION[j, X] = \text{shift } k$.
- Se esiste una transizione da I_j a I_k etichettata $X \in \mathcal{N}$ poniamo $GOTO[j, X] = k$.
- Se nell'insieme di item corrispondenti a I_j esiste un item $A \to \alpha\cdot$, allora poniamo $ACTION[j, X] = \text{reduce } A \to \alpha$ per tutti i simboli X in $FOLLOW(A)$.
- Se I_j contiene l'item $\mathcal{S}' \to \mathcal{S}\cdot$ si pone $ACTION[j, \$] = \text{accept}$.
- Se, ad un qualunque passo dell'algoritmo, si manifesta un cosiddetto *conflitto shft-reduce* (cioè si tenta di inserire in una entry della parte ACTION sia un'azione di shift che una di riduzione) allora la grammatica non è SLR(1).

Esempio (grammatica per le parentesi)



Stato	*ACTION*			*GOTO*
	(	)	$	*S*
0	shift 2	reduce 2	reduce 2	1
1			accept	
2	shift 2	reduce 2	reduce 2	3
3		shift 4		
4	shift 2	reduce 2	reduce 2	5
5		reduce 1	reduce 1	

Esempio

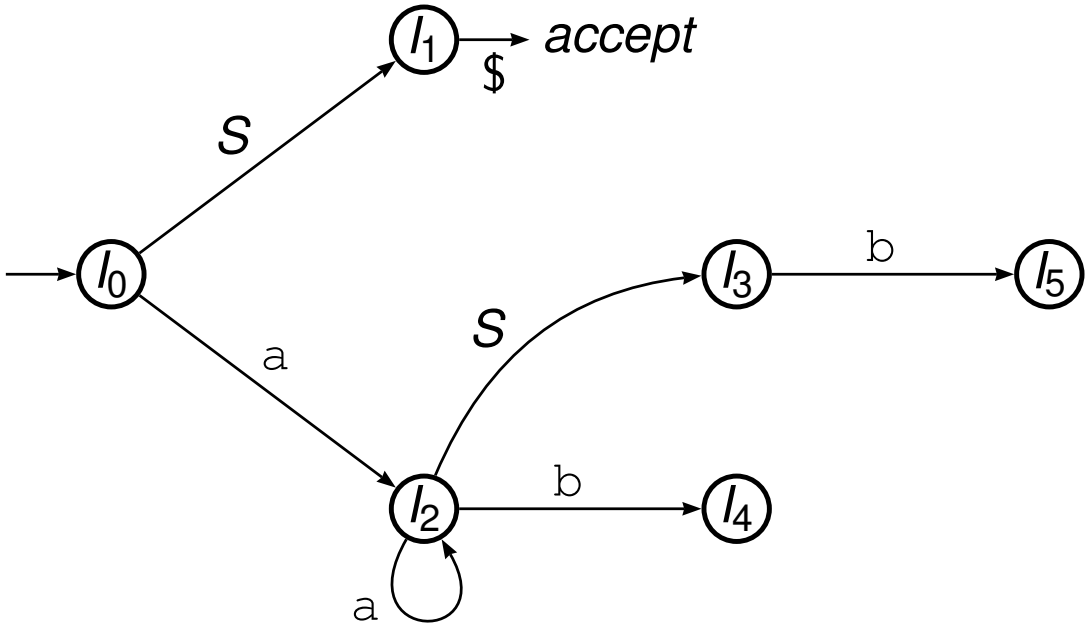
- Riconsideriamo la grammatica

  $S \rightarrow \texttt{a}S\texttt{b}$ Produzione 1

  $S \rightarrow \texttt{ab}$ Produzione 2

  in cui abbiamo numerato (arbitrariamente) le produzioni.
- Per tale grammatica l'algoritmo appena delineato produce la tabella di parsing evidenziata nella seguente diapositiva (in cui riportiamo, per comodità, anche l'automa $LR(0)$).

Esempio (continua)



Stato	*ACTION*			*GOTO*
	a	b	$	*S*
0	shift 2			1
1			accept	
2	shift 2	shift 4		3
3		shift 5		
4		reduce 2	reduce 2	
5		reduce 1	reduce 1	

Esempio (continua)

- Consideriamo il comportamento del parser su input `aabb`

Stack	Input	Azione
\$0	`aabb`\$	shift 2
\$02	`abb`\$	shift 2
\$022	`bb`\$	shift 4
\$0224	`b`\$	reduce $S \to$ `ab`
\$023	`b`\$	shift 5
\$0235	\$	reduce $S \to$ `a`S`b`
\$01	\$	accept

Esempio

- Diamo infine la tabella di parsing per la grammatica

E	$\rightarrow$	$E + T$	Prod. 1	T	$\rightarrow$	F	Prod. 4
E	$\rightarrow$	T	Prod. 2	F	$\rightarrow$	(E)	Prod. 5
T	$\rightarrow$	$T \times F$	Prod. 3	F	$\rightarrow$	**n**	Prod. 6

Stato	*ACTION*						*GOTO*		
	n	$+$	$\times$	(	)	\$	E	T	F
0	s 5			s 4			1	2	3
1		s 6				accept			
2		r 2	s 7		r 2	r 2			
3		r 4	r 4		r 4	r 4			
4	s 5			s 4			8	2	3
5		r 6	r 6		r 6	r 6			
6	s 5			s 4				9	3
7	s 5			s 4					10
8		s 6			s 11				
9		r 1	s 7		r 1	r 1			
10		r 3	r 3		r 3	r 3			
11		r 5	r 5		r 5	r 5			

Esempio (continua)

- Consideriamo il comportamento del parser su input $\mathbf{n} \times (\mathbf{n} + \mathbf{n})$

Stack	Input	Azione
\$0	$\mathbf{n}\times(\mathbf{n}+\mathbf{n})\$$	shift 5
\$0 5	$\times(\mathbf{n}+\mathbf{n})\$$	reduce $F\to\mathbf{n}$
\$0 3	$\times(\mathbf{n}+\mathbf{n})\$$	reduce $T\to F$
\$0 2	$\times(\mathbf{n}+\mathbf{n})\$$	shift 7
\$0 2 7	$(\mathbf{n}+\mathbf{n})\$$	shift 4
\$0 2 7 4	$\mathbf{n}+\mathbf{n})\$$	shift 5
\$0 2 7 4 5	$+\mathbf{n})\$$	reduce $F\to\mathbf{n}$
\$0 2 7 4 3	$+\mathbf{n})\$$	reduce $T\to F$
\$0 2 7 4 2	$+\mathbf{n})\$$	reduce $E\to T$
\$0 2 7 4 8	$+\mathbf{n})\$$	shift 6
\$0 2 7 4 8 6	$\mathbf{n})\$$	shift 5
\$0 2 7 4 8 6 5	$)\$$	reduce $F\to\mathbf{n}$
\$0 2 7 4 8 6 3	$)\$$	reduce $T\to F$
\$0 2 7 4 8 6 9	$)\$$	reduce $E\to E+T$
\$0 2 7 4 8	$)\$$	shift 11
\$0 2 7 4 8 11	\$	reduce $F\to(E)$
\$0 2 7 10	\$	reduce $T\to T\times F$
\$0 2	\$	reduce $E\to T$
\$0 1	\$	accept