Linguaggi formali e compilazione

Corso di Laurea in Informatica

A.A. 2014/2015

Linguaggi formali e compilazione

Automi a stati finiti

- Automi a stati finiti deterministici
- Automi a stati finiti non deterministici

Contenuti di questa parte del corso

- Descriveremo gli automi a stati finiti, importanti *strumenti modellistici* che trovano amplissima applicazione in molti settori dell'Informatica
- Un numero elevato di strumenti di uso quotidiano sono (o sono modellabili come) automi a stati finiti: lavatrici e lavastoviglie, distributori di cibe e bevande, sistemi di controllo degli ascensori, distributori automatici di carburante, ...
- L'applicazione che più ci interessa in questo corso è relativa al riconoscimento di linguaggi regolari (più precisamente, l'interpretazione di e.r.)
- Vedremo brevemente un strumento automatico (Lex) di aiuto nella realizzazione di compilatori, oltre che di applicazioni autonome specializzate

Definizione informale

- Un *automa a stati finiti deterministico* (*ASFD*), può essere visto come un calcolatore elementare dotato di stato interno e supporto unidirezionale di input
- Il funzionamento dell'automa consiste di transizioni di stato a seguito della lettura di un simbolo da un dispositivo di input
- Ad ogni stato q sono in generale associate azioni (come la stampa di messaggi) che l'automa esegue quando transita in q

Un primo esempio (concreto ma molto semplificato)

- Un distributore eroga un dato prodotto al prezzo di 1 euro.
- Il distributore accetta monete da 50 centesimi e da 1 euro e può dare il resto
- Il funzionamento è modellabile come ASFD con 2 soli stati

	Ingressi		
Stato attuale	50c	1€	Resto
A	B 0	A Prodotto	A 0
B	A Prodotto	B Prodotto	A 50c

Descrizione formale

Un *ASFD M* è una quintupla

$$M = (\Sigma, Q, q_0, Q_f, \delta) ,$$

in cui

- Σ è l'alfabeto di input
- Q è un insieme finito i cui elementi sono detti *stati* dell'automa
- q_0 è un elemento speciale di Q, detto *stato iniziale*
- $Q_f \subseteq Q$ è l'insieme degli *stati finali*, detti anche di *accettazione* dell'input
- δ è la funzione che determina le *transizioni* di stato. Essa mappa coppie $\langle \textit{stato}, \textit{simbolo} \rangle$ in stati: $\delta : Q \times \Sigma \to Q$

Computazioni di un automa

- Definibili in modo intuitivo come sequenza di *passi*
- Ad ogni passo, l'automa si trova in uno stato q (inizialmente $q = q_0$), legge un simbolo x dall'input e transita nello stato $\delta(q, x)$
- La computazione termina al verificarsi di una delle seguenti situazioni:

  mancanza di input non vi sono più simboli di input, oppure

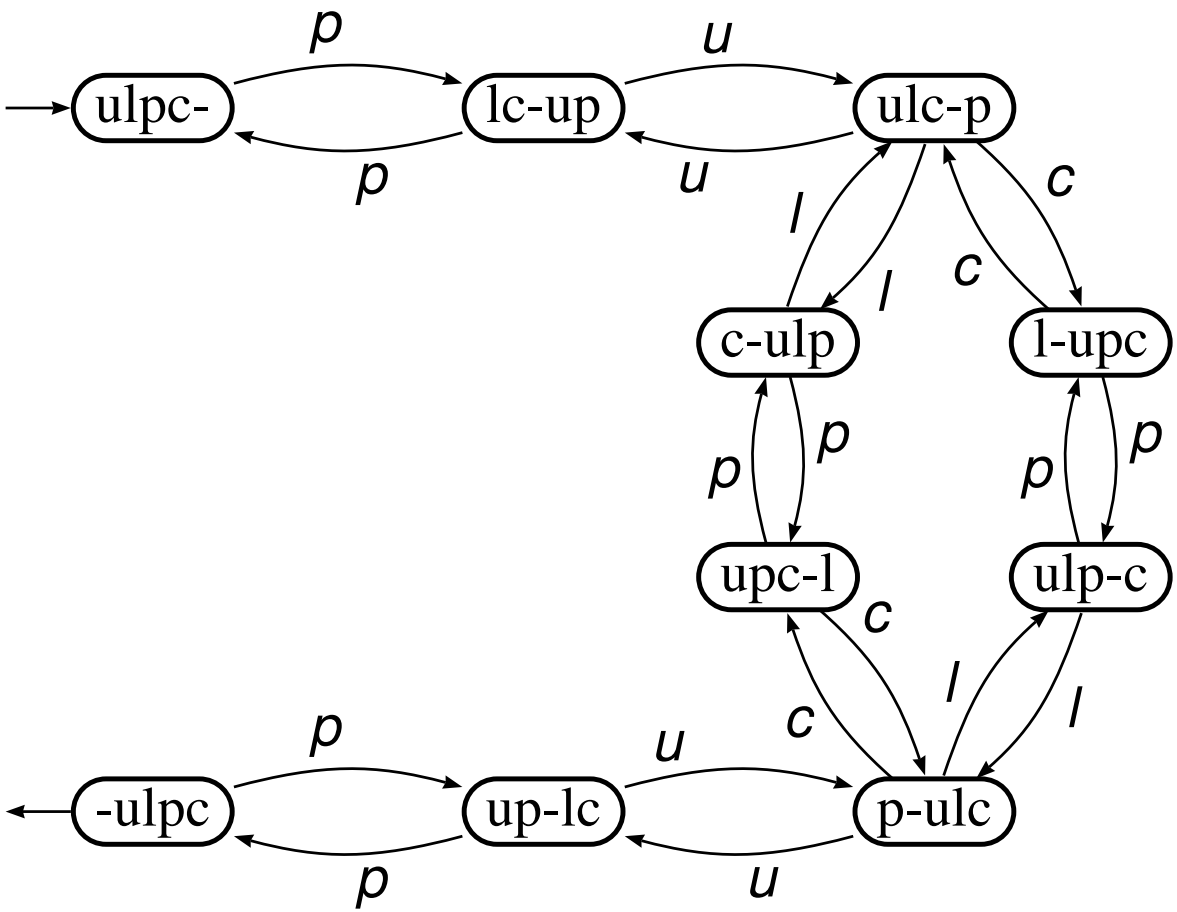
  transizione non specificata in corrispondenza dello stato attuale e del simbolo letto, la funzione di transizione non è specificata
- Il numero di transizioni effettuate prima della terminazione è detto *lunghezza* della computazione e ne rappresenta una misura del costo

Rappresentazione di automi

- Un utile formalismo (molto diffuso perché “intuitivo”) è quello dei *diagrammi di transizione*
- Un diagramma di transizione è un grafo i cui nodi ed archi rappresentano, rispettivamente, stati e transizioni
- Ogni arco è etichettato da un simbolo di input
- Lo stato iniziale viene evidenziato mediante una freccia entrante (e non uscente da alcun altro nodo)
- Gli stati finali sono indicati tramite doppia cerchiatura oppura da una freccia uscente (e non entrante in alcun altro nodo)

Esempio introduttivo

Il lupo, la pecora e il cavolo



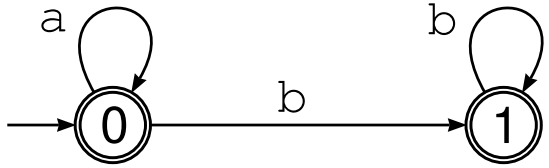
Esempio tratto da Hopcroft, Ullman (1979)

Automi riconoscitori di linguaggi

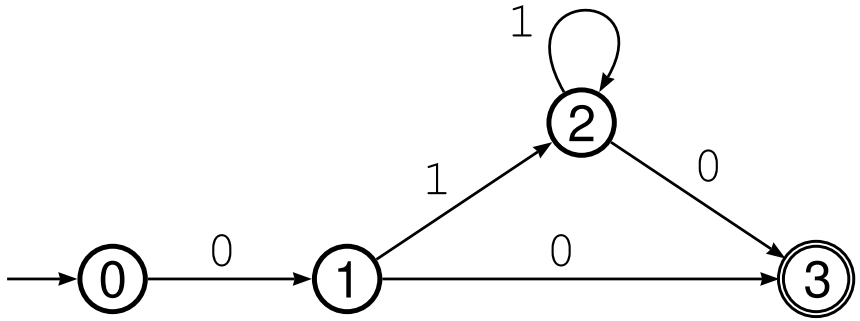
- Un *ASFD riconosce* (o *accetta*) una stringa X in input se la computazione determinata dai caratteri di X termina in uno stato di Q_f per mancanza di input
- Un *ASFD M riconosce un linguaggio* $\mathcal{L}$ se e solo se $\mathcal{L}$ coincide con l'insieme delle stringhe riconosciute da M
- Ad esempio, nel caso del semplice rompicapo "Lupo, pecora e cavolo", la sequenza (stringa di input) `pulpcup` è riconosciuta dall'automa, mentre la stringa `pulcpup` non lo è

Esempi

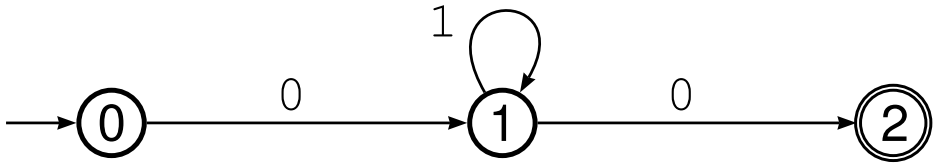
- Il seguente *ASFD* M_5 riconosce il linguaggio $L_5 = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^m | n, m \geq 0\} = \mathbf{a}^*\mathbf{b}^*$



- Il seguente *ASFD* M_3 riconosce il linguaggio $L_3 = \{\mathtt{0}\mathtt{1}^k\mathtt{0} | k \geq 0\} = \mathbf{0}\mathbf{1}^*\mathbf{0}$

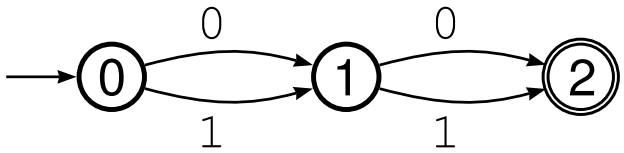


- Esiste un automa più semplice per L_3?

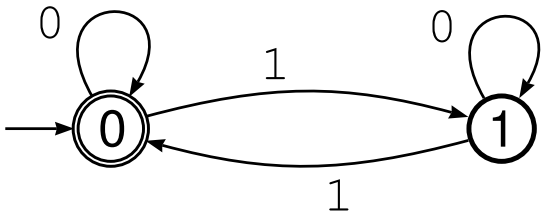


Esempi

- Il seguente *ASFD* M_2 riconosce il linguaggio $L_2 = \{X \in \mathcal{B}^* : |X| = 2\}$



- Il seguente *ASFD* M_{parity} riconosce il cosiddetto *linguaggio parità*, ovvero l'insieme delle stringhe $X \in \mathcal{B}^*$ che contengono un numero pari di 1



Rappresentazione di un ASFD

- La rappresentazione di un ASFD coincide "essenzialmente" con la rappresentazione della funzione di transizione δ
- Questa può essere semplicemente data come *tabella*, con $m = |Q|$ righe ed $n = |\Sigma|$ colonne
- Il consumo di memoria $\Theta(nm)$ può essere eccessivo se dalla maggior parte dei nodi del grafo di transizione escono relativamente pochi archi
- Tuttavia, almeno per il momento, non ci interessiamo al problema dell'efficienza

Simulazione di automi deterministici

- La simulazione del comportamento di un ASFD $M = (\Sigma, Q, q_0, Q_f, \delta)$ è particolarmente semplice
- L'algoritmo riceve in ingresso M e l'input X per M e produce l'output che darebbe M su input X
- L'algoritmo presentato nella diapositiva seguente si riferisce alla simulazione di un generico automa riconoscitore
- Nella descrizione dell'algoritmo (in pseudocodice) si suppone che:
  - l'input X sia terminato dal carattere \$
  - tale carattere non appartiene all'alfabeto Σ dell'automa
  - se, per una determinata coppia stato-simbolo, $\langle q, x \rangle$, la funzione di transizione è indefinita, si pone $\delta(q, x) = \perp$

Simulazione di un ASFD: algoritmo ASFD-Sim

```
1:  q ← q_0
2:  x ← nextchar(X)
3:  while (x ≠ $) do
4:      if δ(q, x) ≠ ⊥ then
5:          q ← δ(q, x)
6:      else
7:          reject
8:      x ← nextchar(X)
9:  if q ∈ Q_f then
10:     accept
11: else
12:     reject
```

Simulazione di automi deterministici

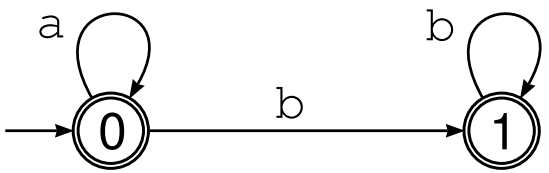
- Si noti che l'algoritmo è un vero e proprio *interprete*, ancorché molto semplice
- Infatti, esso prende in input un programma M (l'automa) e un input X per il programma, ed "esegue" M su input X
- È facile convincersi del fatto che il costo della simulazione è lineare nella lunghezza dell'input (a patto che si possa considerare costante il costo di valutazione della funzione δ, che tipicamente viene implementata mediante una tabella)

Qualche esercizio

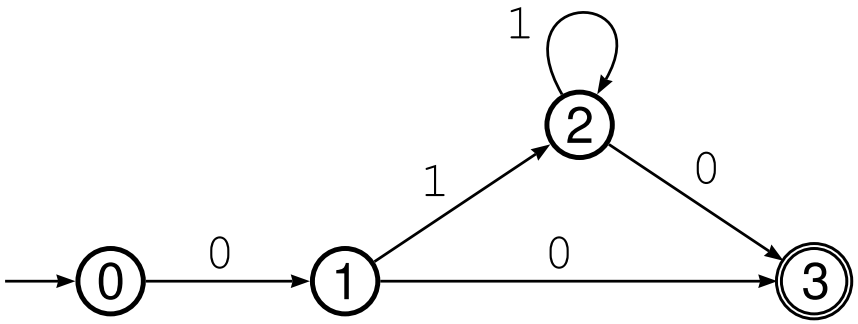
- Per ciascuno dei seguenti linguaggi, si fornisca un ASFD che riconosce il linguaggio
  - $\{X | X \in \{0,1\}^*, X$ non contiene 0 adiacenti$\}$
  - $\{X | X \in \{0,1\}^*,$ ogni sottostringa di lunghezza 3 in X contiene almeno due $1\}$
  - $\{X | X \in \{a,b,c\}^*,$ due qualsiasi caratteri adiacenti in X sono fra loro differenti$\}$

Espressioni regolari e automi

- Data un'espressione regolare $\mathcal{E}$, è possibile definire un automa $\mathcal{M}(\mathcal{E})$ che riconosce il linguaggio definito da $\mathcal{E}$, e viceversa
- Riconsideriamo qualche esempio già visto
- Il linguaggio $L_5 = \mathtt{a}^*\mathtt{b}^*$ e l'automa M_5

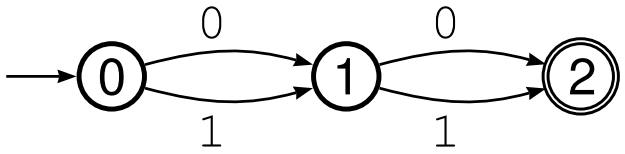


- Il linguaggio $L_3 = \mathtt{01}^*\mathtt{0}$ e l'automa M_3

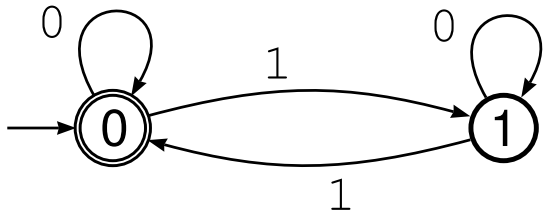


Espressioni regolari e automi

- Il linguaggio $L_2 = (\mathtt{0} + \mathtt{1})(\mathtt{0} + \mathtt{1})$ e l'automa M_2



- Il linguaggio "parità", $L_{parity} = \mathtt{0}^* (\mathtt{10}^* \mathtt{10}^*)^*$, e l'automa M_{parity}



- Quale automa corrisponde all'espressione regolare $\mathtt{a}^*\mathtt{bc}^* + \mathtt{c}^*\mathtt{a}^*\mathtt{b}$?

Automi non deterministici

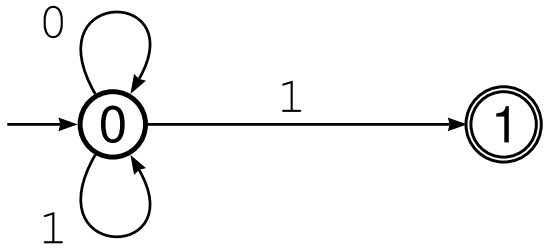
- Data un'espressione regolare $\mathcal{E}$, abbiamo detto (anche se non dimostrato) che esiste un automa $\mathcal{M}(\mathcal{E})$ ad essa "equivalente", cioè che riconosce lo stesso linguaggio definito dall'espressione
- La trasformazione da espressione ad automa si può automatizzare e tale automatizzazione risulta più" facile se la si suddivide in due passi:
  - dall'espressione regolare ad un *automa non deterministico* equivalente
  - dall'automa non deterministico all'automa deterministico equivalente

Definizione di automa non deterministico

- Un automa a stati finiti si dice *non deterministico* (*ASFND*) se, in almeno uno stato q, la transizione *non è univocamente determinata* dal simbolo di input
- In altri termini, dallo stato q e con lo stesso simbolo di input l'automa può transitare "non deterministicamente" in più di uno stato diverso
- Nella definizione formale cambia solo la "funzione" di transizione, che, in un *ASFND*, mappa coppie $\langle$stato,simbolo$\rangle$ in *sottoinsiemi* (anziché elementi) di Q

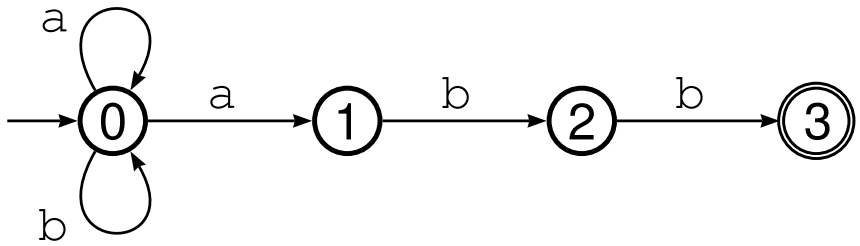
Esempi

- Il seguente automa è non deterministico perché nello stato 0 ci sono due transizioni etichettate con il simbolo `1`



  In altri termini, la funzione di transizione mappa la coppia $\langle 0, 1 \rangle$ nell'insieme $\{0, 1\}$

- Un altro esempio di ASFND:



Riconoscimento di stringhe da parte di un ASFND

- Si dice che un *ASFND M* riconosce una stringa *X* se e soltanto se *esiste* una sequenza di transizioni etichettata con i simboli di *X* che termina in uno stato finale
- È facile vedere che il primo automa della precedente trasparenza riconosce la stringa in input solo se questa termina con `1`
- Si può anche facilmente dimostrare che, per ogni tale stringa, esiste una sequenza di transizioni (mosse) che porta l'automa nello stato 1
- Possiamo quindi concludere che l'automa riconosce il linguaggio $(\mathtt{0}|\mathtt{1})^*\mathtt{1}$

Riconoscimento di stringhe da parte di un ASFND (continua)

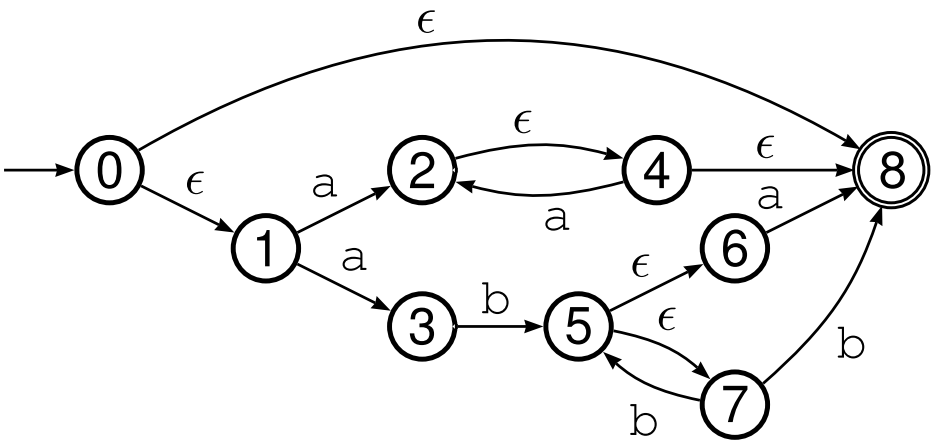
- Si noti come nello stato 0, e con input `1`, l'automa debba decidere non deterministicamente se transitare nello stato 1 o restare nello stato 0
- Questo equivale a dire che l'automa deve decidere se è stato letto l'ultimo carattere `1`
- L'automa del secondo esempio riconosce invece il linguaggio $(\mathbf{a}|\mathbf{b})^*\mathbf{abb}$
- Nello stato 0 e su input `a`, l'automa deve decidere se quella appena letta è l'ultima `a` nella stringa di input

Qualche riflessione prima di procedere

- Alle alternative non-deterministiche non è associata alcuna misura di probabilità
- Il non-determinismo può essere visto come un modello per la descrizione di problemi, ai quali non sempre corrisponde una soluzione algoritmica efficiente (nota)
- Ci sono almeno due modi per “immaginare” un computer non-deterministico, ovvero una macchina che renda naturale (ed efficiente) la risoluzioni di problemi descritti in modo non-deterministico:
  - supporre che la macchina, posta di fronte ad una scelta non deterministica, “azzecchi” sempre la mossa giusta (macchina *fortunata*)
  - supporre che la macchina possa eseguire in parallelo tutte le computazioni originate dalle varie opzioni non-deterministiche
- Nel caso del riconoscimento di linguaggi regolari, la seconda opzione è in qualche modo traducibile in un algoritmo deterministico efficiente

ϵ-transizioni

- Una particolare forma di non determinismo è data dalle cosiddette ϵ-transizioni, cioè transizioni che mappano elementi di $Q \times \{\epsilon\}$ in Q
- Il concetto si capisce bene osservando il diagramma di transizione: se l'arco che collega due nodi q ed r è etichettato da ϵ, allora l'automa può passare da q ad r "senza consumare input"
- Il seguente diagramma costituisce un primo esempio di ASFND con ϵ-transizioni

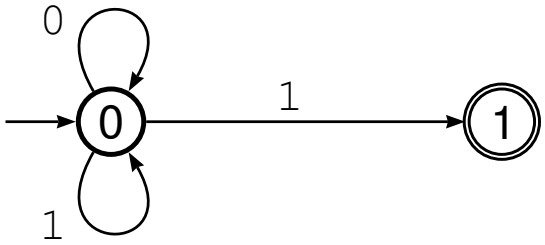


Equivalenza di ASFD e ASFND

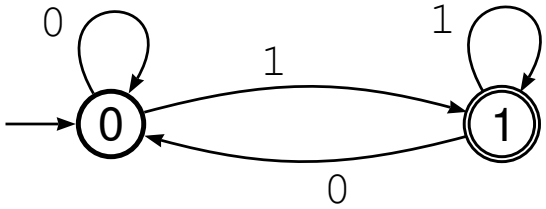
- Un risultato fondamentale nella teoria degli automi (con importanti ripercussioni anche nella costruzione di compilatori) afferma che, se un linguaggio $\mathcal{L}$ è riconoscibile da un ASFND, allora $\mathcal{L}$ è riconoscibile da un ASFD che impiega essenzialmente lo stesso tempo
- Naturalmente il viceversa è banalmente vero, in quanto gli automi non deterministici generalizzano quelli deterministici
- Il risultato citato (che dimostreremo) prova quindi che automi finiti deterministici e non deterministici sono equivalenti

Primi esempi

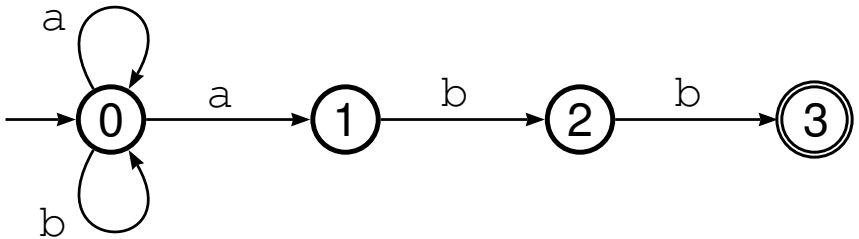
- Automi deterministici equivalenti ai primi ASFND visti come esempio sono illustrati di seguito
- Automi che riconoscono il linguaggio $(\mathtt{0}|\mathtt{1})^*\mathtt{1}$:
  - Automa non deterministico



  - Automa deterministico equivalente



- Automi che riconoscono il linguaggio $(\mathtt{a}|\mathtt{b})^*\mathtt{abb}$
  - Automa non deterministico



La costruzione dell'automa deterministico: idee

- Gli esempi appena visti sono stati costruiti in modo "ad-hoc"
- Ciò di cui abbiamo bisogno è invece di un processo automatizzabile per passare da un ASFND $\mathcal{N}$ ad un ASFD $\mathcal{D}$ equivalente ad $\mathcal{N}$.
- Il processo di costruzione che vedremo è noto come *subset construction*
- L'idea è semplice: dato $\mathcal{N}$, l'automa equivalente in qualche modo "simula" $\mathcal{N}$ tenendo traccia degli stati in cui può trovarsi $\mathcal{N}$ dopo aver letto i simboli di input ($i = 0, 1, ...$)

La costruzione dell'automa deterministico: idee (continua)

- Se Q è l'insieme degli stati di $\mathcal{N}$, allora dopo la lettura di i simboli l'automa può trovarsi (in linea di principio) in uno qualunque degli stati di Q
- Ad esempio, supponiamo che $Q = \{0, 1, 2, 3\}$ e che, dopo aver letto due simboli in input, $\mathcal{N}$ possa trovarsi indifferentemente (o meglio, non deterministicamente) nello stato 1 oppure nello stato 3
- In questo caso, l'automa deterministico equivalente $\mathcal{D}$ avrà, fra gli altri, uno stato che corrisponde al sottoinsieme $\{1, 3\}$
- Ovviamente, se $|Q| = m$ allora il numero di stati distinti di $\mathcal{D}$ sarà al più 2^m

Subset construction

- Sia $\mathcal{N} = (\Sigma, Q, q_0, Q_f, \delta)$ un dato ASFND e sia $\mathcal{D} = (\Sigma, DS, DQ_0, DQ_f, DT)$ l'automa equivalente (che andremo a costruire).
- La costruzione mostra come sono definite le varie componenti di $\mathcal{D}$ (l'alfabeto di input Σ è naturalmente lo stesso)
- La costruzione procede aggiungendo nuovi stati all'insieme DS sulla base delle transizioni che sono possibili, in $\mathcal{N}$, sui vari simboli di input
- Il primo stato che viene aggiunto a DS rappresenta lo stato iniziale, q_0, di $\mathcal{N}$ unitamente a tutti gli stati che sono raggiungibili da q_0 senza leggere simboli dall'input

Subset construction (continua)

- L'insieme di tutti gli stati raggiungibili da uno dato stato q mediante ϵ-transizioni (incluso q stesso) viene indicato con ϵ-$CLOSURE(q)$ (ϵ-chiusura di q_0)
- La ϵ-$CLOSURE(q_0)$ rappresenta dunque, in $\mathcal{D}$, l'insieme degli stati nei quali può trovarsi $\mathcal{N}$ senza aver letto alcun simbolo di input
- In questo modo abbiamo un primo elemento in DS e il processo continua esaminando gli stati già inseriti in DS
- La ϵ-$CLOSURE(q_0)$ è anche lo stato iniziale (che abbiamo indicato con DQ_0) di $\mathcal{D}$
- Si noti che, se Q è un insieme di stati, possiamo definire ϵ-$CLOSURE(Q)$ in modo molto naturale come segue:

$$\epsilon\text{-}CLOSURE(Q) = Q \bigcup \left(\bigcup_{q \in Q} \epsilon\text{-}CLOSURE(q) \right)$$

Subset construction (continua)

- Consideriamo ora un generico stato $Q' = \{q_1, q_2, \ldots q_k\} \in DS$ che non sia ancora stato "esaminato", dove naturalmente i q_j sono stati di $\mathcal{N}$
- Per ogni simbolo $x \in \Sigma$ formiamo dapprima l'insieme Q'' degli stati nei quali può transitare $\mathcal{N}$ partendo da uno stato degli stati $q_j \in Q'$ a seguito della lettura di x
- In formule:

$$Q'' = \delta(q_1, x) \cup \ldots \cup \delta(q_k, x)$$

- Viene la "tentazione" di affermare che in questo modo abbiamo ottenuto un altro stato da aggiungere a DS (Q'' appunto), ma c'è ancora qualcosa di cui tenere conto

Subset construction (continua)

- Infatti, dopo aver eseguito una transizione da q_j a $\delta(q_j, x)$, $\mathcal{N}$ potrebbe, senza leggere ulteriori simboli, muoversi su uno stato collegato a $\delta(q_j, x)$ mediante ϵ-transizioni
- Quel che dobbiamo fare è dunque considerare l'unione di tutti gli stati contenuti nelle ϵ-*CLOSURE* degli stati di Q''
- Ma questa è esattamente la ϵ-$CLOSURE(Q'')$
- Questo è precisamente il nuovo stato che viene aggiunto a *DS* (sempre che non sia già presente)
- Inoltre si pone

$$DT(Q', x) = \epsilon\text{-}CLOSURE(Q'')$$

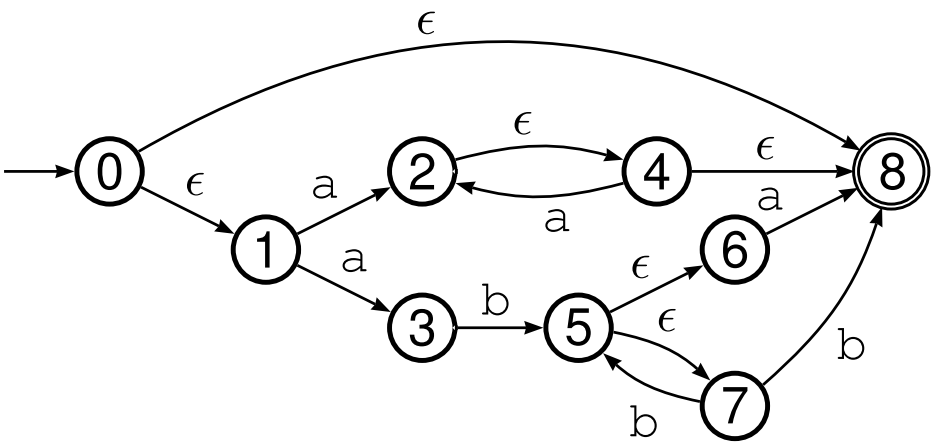
Subset construction (continua)

- Come già osservato, il processo va avanti finché esiste almeno uno stato di DS che non sia ancora stato esaminato
- Abbiamo comunque la certezza che il processo di aggiunta di stati termini perché il numero di sottoinsiemi distinti di stati di $\mathcal{N}$ è finito (al più aggiungeremo 2^m stati)
- Come ultimo passo dobbiamo individuare quali siano gli stati terminali di $\mathcal{D}$
- Questi saranno tutti e soli gli stati che "contengono" almeno uno stato finale di $\mathcal{N}$: si pone cioè

$$DQ_f = \{DQ \in DS | \exists q \in DQ \text{ t. c. } q \in Q_f\}$$

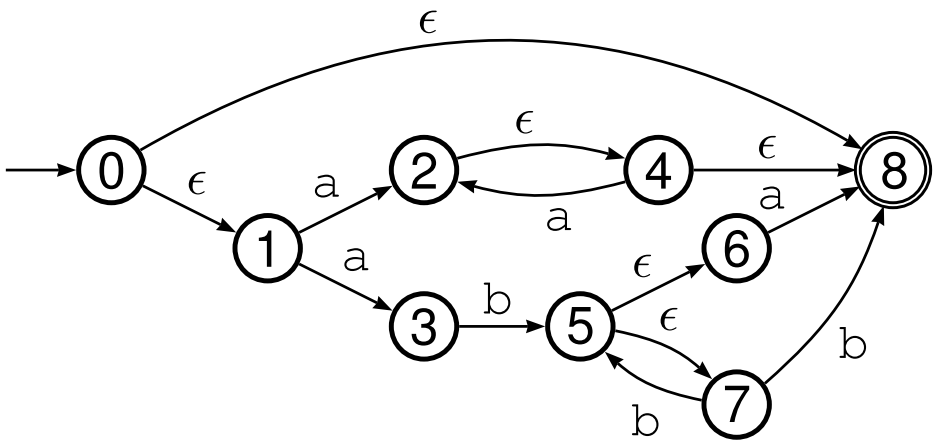
Esempio di subset construction

- Consideriamo il seguente automa non deterministico, già introdotto a proposito delle ϵ-transizioni:



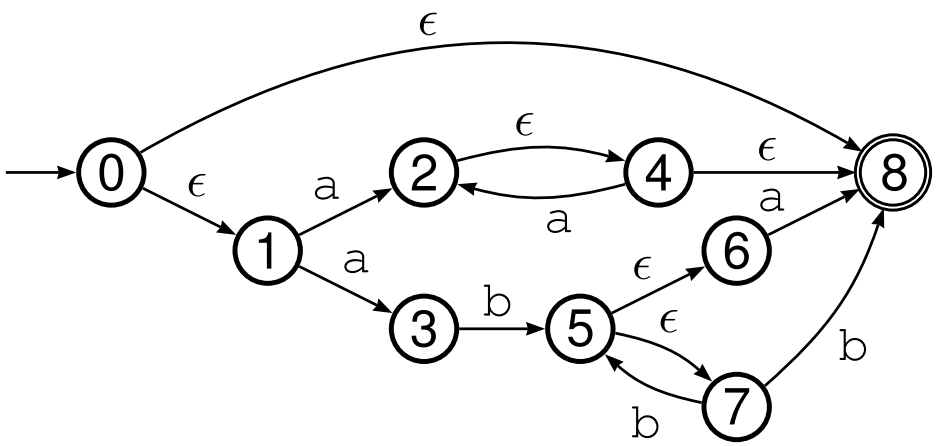
- Se indichiamo con A lo stato iniziale di $\mathcal{D}$, avremo $A = \{0, 1, 8\}$
- Si noti infatti che $\{0, 1, 8\} = \epsilon\text{-}CLOSURE(0)$

Esempio di subset construction (continua)



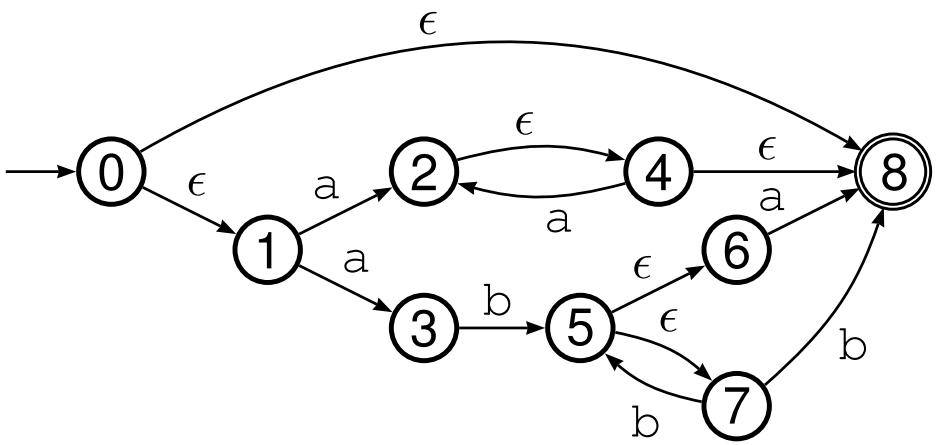
- Esaminiamo ora, a partire dagli stati di A, in quali stati si arriva su input $\mathtt{a}$. Tali stati sono dapprima 2 e 3 ma poi, considerando le ϵ-transizioni, anche gli stati 4 e 8 (vale cioè $\epsilon\text{-}CLOSURE(\{2,3\}) = \{2,3,4,8\}$)
- Poniamo quindi $B = \{2,3,4,8\}$ e $DT(A,\mathtt{a}) = B$
- L'analisi di A è terminata perché dai corrispondenti stati di $\mathcal{N}$ non esce alcuna transizione etichettata $\mathtt{b}$

Esempio di subset construction (continua)



- Lo stato $4 \in B$ è l'unico da cui si diparte una transizione etichettata con $\mathtt{a}$
- Da esso si può ritornare nello stato 2 e quindi, mediante ϵ-transizioni, si può tornare nuovamente in 4 oppure in 8 (cioè ϵ-$CLOSURE(\{2\} = \{2, 4, 8\})$
- Poniamo quindi $C = \{2, 4, 8\}$ e $DT(B, \mathtt{a}) = C$
- Analogamente, considerando il carattere $\mathtt{b}$ di input, avremo ancora un nuovo stato di $\mathcal{D}$, e precisamente $D = \{5, 6, 7\}$ e $DT(B, \mathtt{b}) = D$

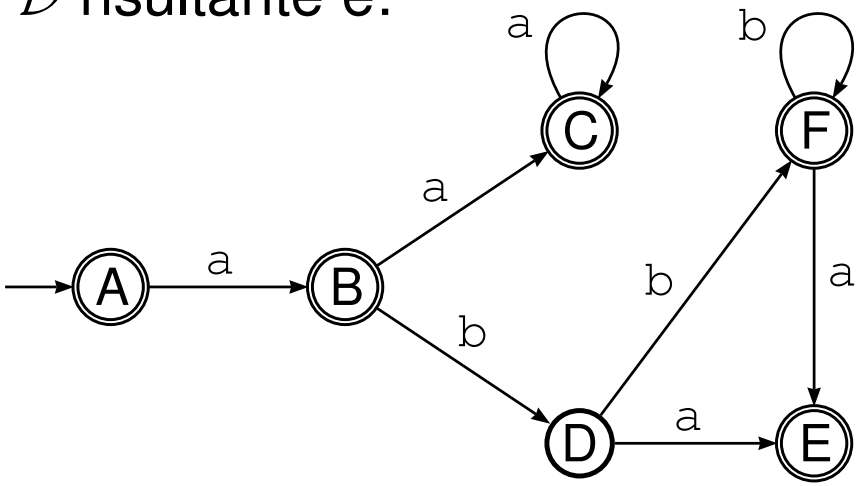
Esempio di subset construction (continua)



- Continuando in questo modo introduciamo dapprima la transizione $DT(C, \mathtt{a}) = C$;
- quindi lo stato $E = \{8\}$ e la transizione $DT(D, \mathtt{a}) = E$;
- quindi lo stato $F = \{5, 6, 7, 8\}$ e la transizione $DT(D, \mathtt{b}) = F$;
- quindi la transizione $DT(F, \mathtt{a}) = E$;
- infine la transizione $DT(F, \mathtt{b}) = F$.

Esempio di subset construction (continua)

- L'automa $\mathcal{D}$ risultante è:

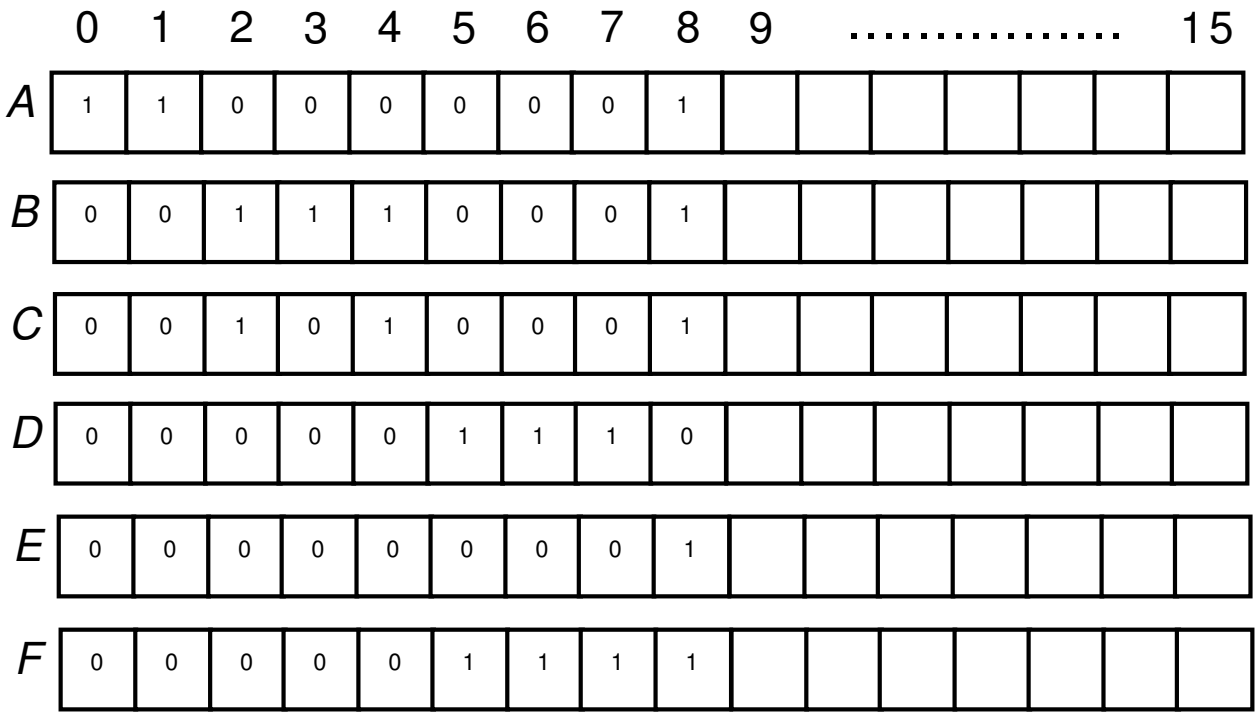


dove

$$
\begin{aligned}
A &= \{0,1,8\} \\
B &= \{2,3,4,8\} \\
C &= \{2,4,8\} \\
D &= \{5,6,7\} \\
E &= \{8\} \\
F &= \{5,6,7,8\}
\end{aligned}
$$

Implementazione della subset construction

- Dobbiamo dapprima decidere come rappresentare i sottoinsiemi di Q, cioè gli elementi di DS
- Ad esempio, potremmo utilizzare bitmap di $|Q|$ posizioni e rappresentare uno stato mediante un puntatore alla opportuna bitmap



Implementazione della subset construction (continua)

- Ogni stato deve inoltre poter essere etichettato con un indicatore binario (diciamo bianco e nero)
- Dobbiamo quindi realizzare la struttura dati *DS* che "contiene" gli stati e una struttura dati (che sarà una tabella) che rappresenta la funzione di transizione di $\mathcal{D}$
- Per quanto riguarda *DS*, diciamo solo che essa deve prevedere operazioni di inserimento e ricerca di stati bianchi
- La diapositiva seguente illustra l'algoritmo

Algorithm 1 Subset construction

1: Inserisci ϵ-$CLOSURE(q_0)$ in DS e coloralo di bianco
2: **while** esiste uno stato bianco S in DS **do**
3: colora S di nero
4: **for all** $x \in \Sigma$ **do**
5: $T \leftarrow \{\}$
6: **for all** $q \in S$ **do**
7: $T \leftarrow T \cup \delta(q, x)$
8: $T \leftarrow \epsilon$-$CLOSURE(T)$
9: **if** $T \notin DS$ **then**
10: inserisci T in DS e coloralo di bianco
11: poni $DT[S, x] = T$

Algorithm 2 Calcolo della ϵ-$CLOSURE(T)$

1: **for all** $q \in T$ **do**
2: inserisci q in una pila
3: Poni ϵ-$CLOSURE(T) \leftarrow T$
4: **while** La pila non è vuota **do**
5: estrai q dalla pila
6: **if** $\delta(q, \epsilon) \neq \perp$ e $\delta(q, \epsilon) = \{q_1, \ldots, q_k\}$ **then**
7: **for** $i = 1, \ldots, k$ **do**
8: **if** $q_i \notin \epsilon$-$CLOSURE(T)$ **then**
9: ϵ-$CLOSURE(T) \leftarrow \{q_i\} \cup \epsilon$-$CLOSURE(T)$
10: inserisci q_i sulla pila

Un'ultima osservazione sull'efficienza della simulazione

- Abbiamo già osservato come il numero di transizioni di stato di un automa $\mathcal{M}$ sia una buona misura del tempo di calcolo speso da $\mathcal{M}$ su un dato input
- Un automa non deterministico che riceva in input una stringa di lunghezza *n* esegue, se la stringa è riconosciuta, "almeno" *n* transizioni di stato
- Le transizioni possono essere di più, se qualcuna è etichettata con ϵ
- Un automa deterministico equivalente sullo stesso input eseguirà "esattamente" *n* transizioni di stato
- Ne consegue quindi che l'automa deterministico non è meno efficiente dal punto di vista del tempo
- Il consumo di spazio, invece (ancorché sempre indipendente dalla dimensione delle stringhe in input) può invece essere decisamente più elevato